

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2023 - 2024**  
**Matematică**

**Varianta 7**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	d)	5p
4.	c)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $30 - 3 = 27$ de elevi ar trebui așezați câte doi în fiecare bancă Cum $27$ este număr impar, obținem că nu pot fi $30$ de elevi	1p
	b) $a = 2b + 3$ , unde $a$ reprezintă numărul elevilor și $b$ reprezintă numărul băncilor din laboratorul de fizică $a = 4(b - 6) + 1$	1p
	$b = 13$	1p
		1p
2.	a) $x^2 - 3x + 2 = x^2 - 2x - x + 2 =$ $= x(x - 2) - (x - 2) = (x - 2)(x - 1)$ , pentru orice număr real $x$	1p
	b) $E(x) = \left( \frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{x-1} \right) \cdot (x^2 - 4) = \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} \cdot (x^2 - 4) =$ $= \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} \cdot (x-2)(x+2) = x+2$ , pentru orice număr real $x$ , $x \neq 1$ și $x \neq 2$	1p
	$E(n) = \frac{5}{n+2}$ este număr natural, deci $n+2 \in \{1, 5\}$ , de unde obținem $n = -1$ și $n = 3$	1p

<b>3.</b>	<p><b>a)</b> <math>f(0) = -1</math> <math>f(1) = 1</math>, de unde obținem <math>f(0) + f(1) = 0</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>A\left(\frac{1}{2}, 0\right)</math> și <math>B(0, -1)</math></p> <p>Triunghiul <math>AOB</math> este dreptunghic în <math>O</math>, deci <math>AB = \frac{\sqrt{5}}{2}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>CD \perp AB, D \in AB</math> și, cum <math>AC = 1</math>, obținem <math>CD = \frac{AC \cdot OB}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5}</math></p>	<b>1p</b>
<b>4.</b>	<p><b>a)</b> <math>\sphericalangle DAC + \sphericalangle ACB = 90^\circ</math> <math>\sphericalangle ACB + \sphericalangle EBC = 90^\circ</math>, de unde rezultă <math>\sphericalangle DAC = \sphericalangle EBC</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> Triunghiul <math>ABC</math> este isoscel și <math>AD \perp BC</math>, deci <math>BD = DC = \frac{BC}{2} = \frac{AD}{2}</math></p> <p><math>\sphericalangle HBD = \sphericalangle DAC</math>, <math>\sphericalangle BDH = \sphericalangle ADC = 90^\circ</math>, deci <math>\triangle BHD \sim \triangle ACD</math>, de unde obținem <math>\frac{HD}{DC} = \frac{BD}{AD}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>\frac{HD}{AD} = \frac{2}{AD} \Rightarrow HD = \frac{AD}{4}</math>, de unde obținem <math>AH = \frac{3 \cdot AD}{4}</math>, deci <math>AH = 3 \cdot HD</math></p>	<b>1p</b>
<b>5.</b>	<p><b>a)</b> <math>CD</math> este diametru, deci <math>\widehat{CD} = 180^\circ</math> <math>\sphericalangle CMD = \frac{1}{2} \cdot \widehat{CD} = 90^\circ</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>\cos(\sphericalangle NDO) = \frac{OD}{ND}</math>, <math>\cos(\sphericalangle MDC) = \frac{MD}{CD}</math>, deci <math>\frac{OD}{ND} = \frac{MD}{CD}</math></p> <p><math>ND = 8 \text{ cm}</math>, <math>MD = 12 \text{ cm} \Rightarrow \frac{OD}{8} = \frac{12}{2 \cdot OD} \Rightarrow OD = 4\sqrt{3} \text{ cm}</math></p> <p><math>ON = \sqrt{DN^2 - OD^2} = 4 \text{ cm}</math> și obținem <math>\mathcal{A}_{\triangle DON} = \frac{ON \cdot OD}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>ON = 4 \text{ cm}</math>, <math>OD = 4\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle DON} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2</math></p>	<b>1p</b>
<b>6.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2</math> <math>\mathcal{A}_{laterală} = 3 \cdot \mathcal{A}_{ABB'A'} = 3 \cdot 36\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ cm}^2</math></p>	<b>1p</b>
	<p><b>b)</b> <math>A'C = B'C</math>, deci <math>CN \perp A'B'</math>, unde punctul <math>N</math> este mijlocul segmentului <math>A'B'</math> și, cum <math>MN \perp A'B'</math>, <math>CN \cap MN = \{N\}</math> și <math>CN, MN \subset (CMN)</math>, obținem <math>A'B' \perp (CMN)</math></p> <p><math>MP \perp CN</math>, <math>P \in CN</math>; <math>A'B' \perp (CMN)</math>, <math>MP \subset (CMN)</math>, deci <math>A'B' \perp MP</math>; cum <math>A'B' \cap CN = \{N\}</math>, <math>A'B'</math> și <math>CN \subset (A'B'C)</math>, obținem <math>MP \perp (A'B'C)</math>, deci <math>d(M, (A'B'C)) = MP</math></p>	<b>1p</b>
	<p>Triunghiul <math>MNC</math> este dreptunghic în <math>M</math>, <math>MN = 3\sqrt{3} \text{ cm}</math>, <math>CM = 6\sqrt{3} \text{ cm}</math>, deci <math>CN = 3\sqrt{15} \text{ cm}</math>, de unde obținem <math>MP = \frac{6\sqrt{15}}{5} \text{ cm}</math></p>	<b>1p</b>